

# 2023 年青岛市程序设计竞赛试题 (提高组)

比赛时间 180 分钟, 试题满分 300 分

题目名称	树	迷宫	矩阵
题目类型	传统型	传统型	传统型
可执行文件名	tree	maze	matrix
输入文件名	tree.in	maze.in	matrix.in
输出文件名	tree.out	maze.out	matrix.out
时间限制	1.0 秒	1.5 秒	1.5 秒
内存限制	512 MiB	512 MiB	512 MiB
测试点数目	4	4	10
测试点是否等分	是	否	否

提交源程序文件名

对于 C++ 语言	tree.cpp	maze.cpp	matrix.cpp
-----------	----------	----------	------------

编译选项

对于 C++ 语言	-lm -O2 -std=c++14
-----------	--------------------

**注意事项:**

1. 代码必须放在子文件夹内, 子文件夹名与题目英文名一致。
2. 文件名 (包括程序名和输入输出文件名) 必须使用英文小写。
3. C++ 中函数 main() 的返回值类型必须是 int, 值必须为 0。
4. 若无特殊说明, 输入文件中同一行内的多个整数、浮点数、字符串等均使用一个空格分隔。
5. 若无特殊说明, 结果比较方式为忽略行末空格、文末回车后的全文比较。
6. 每道题目的栈空间与所给的空间限制一致。
7. 原则上, 每个测试点时限为标准程序在该测试点上的运行时间的 2 倍及以上。

# 树

## 【题目描述】

小王喜欢数据结构，尤其是唱歌。

小王有一棵  $n$  个点的树，点从 1 到  $n$  编号，根是 1，点  $i$  的父亲是  $f_i$ 。每个点的儿子按编号从小到大排序。每个有儿子的点有一个指针，初始指向第一个儿子。

接下来小王进行  $m$  次巡演，每次他从根出发，然后不停沿着所在点的指针走向一个儿子，直到到达一个叶子。每走过一个点，这个点的指针就改为指向下一个儿子，如果这已经是最后一个儿子则指向第一个儿子。

请你求出小王的每次巡演结束于哪个叶子。

## 【输入格式】

第一行包含两个正整数  $n, m$ ，分别表示树的点数和巡演的次数。

第二行包含  $n - 1$  个正整数  $f_2, \dots, f_n$ 。

## 【输出格式】

$m$  行，第  $i$  行一个数，表示第  $i$  次巡演结束的叶子的编号。

## 【样例 1 输入】

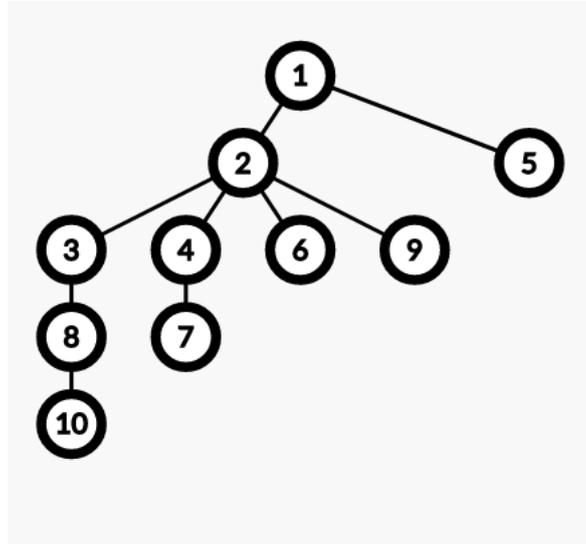
```
1 10 10
2 1 2 2 1 2 4 3 2 8
```

## 【样例 1 输出】

```
1 10
2 5
3 7
4 5
5 6
6 5
7 9
8 5
9 10
10 5
```

**【样例 1 解释】**

树的形态如图所示：



初始每个有儿子的点的指针为：1 指向 2，2 指向 3，3 指向 8，4 指向 7，8 指向 10。

第 1 次巡演，小王依次经过点 1, 2, 3, 8, 10，这使得 1 的指针指向 5，2 的指针指向 4，其它点的指针不变。

第 2 次巡演，小王依次经过点 1, 5，这使得 1 的指针指向 2，其它点的指针不变。

第 3 次巡演，小王依次经过点 1, 2, 4, 7，这使得 1 的指针指向 5，2 的指针指向 6，其它点的指针不变。

**【样例 2】**

见附件下的 `tree/tree2.in` 与 `tree/tree2.ans`。

**【数据范围】**

对于所有数据，保证  $1 \leq n, m \leq 3 \times 10^5, f_i < i$ 。

测试点编号	$n, m \leq$	特殊性质
1	1000	
2	$3 \times 10^5$	$f_i$ 在 $1, \dots, i-1$ 中等概率随机生成
3, 4		

## 迷宫

### 【题目描述】

小波喜欢平面图，尤其是哈密顿路。

现在有一个  $n \times m$  的棋盘，行从 1 到  $n$  编号，列从 1 到  $m$  编号，每个格子可能是空地或障碍。如果小波在格子  $(x, y)$ ，他可以一步走到  $(x+1, y), (x-1, y), (x, y+1), (x, y-1)$  中的一个格子，但是不能走出棋盘。小波初始在  $(1, 1)$ ，而  $(n, 1), (1, m), (n, m)$  三个点各有一张平面图，小波希望到达这三个点以拿到这些平面图，最后返回  $(1, 1)$ ，保证这四个点都不是障碍。但是因为小波喜欢哈密顿路，他希望到达每个格子不超过一次（不必到达每个格子； $(1, 1)$  在开始和最后到达共两次）。请你告诉他是否存在一种可行的方案。由于小波非常喜欢平面图，你需要处理  $T$  个棋盘。

### 【输入格式】

第一行包含一个数  $T$ ，表示棋盘个数。

对于每个棋盘，第一行包含两个数  $n, m$ ，表示棋盘大小。接下来  $n$  行，每行包含一个长  $m$  的由 01 组成的字符串，如果第  $i$  行第  $j$  个字符是 0，表示格子  $(i, j)$  是空地，如果是 1，则是障碍。保证格子  $(1, 1), (n, 1), (1, m), (n, m)$  是空地。

### 【输出格式】

$T$  行，每行包含一个数，表示每个棋盘的答案，1 表示存在一种可行的方案，0 表示不存在。

### 【样例 1 输入】

```
1 5
2 3 3
3 000
4 010
5 000
6 5 5
7 00100
8 00000
9 10001
10 00000
11 00100
12 3 8
```

```
13 00100000
14 00000000
15 00000100
16 3 5
17 00100
18 00000
19 00100
20 4 4
21 0000
22 0000
23 0011
24 0010
```

**【样例 1 输出】**

```
1 1
2 0
3 1
4 0
5 0
```

**【样例 1 解释】**

对于第一个棋盘，依次经过  $(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 3), (3, 3), (3, 2), (3, 1), (2, 1), (1, 1)$  是一个合法的方案。

**【样例 2】**

见附件下的 *maze/maze2.in* 与 *maze/maze2.ans*。

**【样例 3】**

见附件下的 *maze/maze3.in* 与 *maze/maze3.ans*。

**【数据范围及约束】**

用  $\sum nm$  表示各棋盘的格子数总和。对于所有数据，保证  $2 \leq n, m \leq 1000, \sum nm \leq 2 \times 10^6$ 。

测试点编号	$n, m \leq$	$\sum nm \leq$	测试点分值
1	5	5000	10
2	9		30
3	50	$1.5 \times 10^5$	30
4	1000	$1.5 \times 10^6$	

试用水印

## 矩阵

### 【题目描述】

小智喜欢数数，尤其是模 998244353 的积和式。

小智喜欢素数  $q$ ，因此小智也喜欢素域  $\mathbf{F}_q$ 。给出  $n, q, t$ ，对于  $\mathbf{F}_q$  上的  $n \times n$  矩阵  $C$ ，如果在所有  $n \times n$  矩阵对  $A, B$  中（共  $q^{2n^2}$  对），恰有  $k$  对满足  $AB = C$ ，那么定义  $C$  的价值是  $k^t$ 。小智想请你求出所有矩阵（共  $q^{n^2}$  个）的价值和对 998244353 取模的结果。

如果你不知道  $\mathbf{F}_q$  是什么，可以理解为本题的矩阵中每个数都是  $\geq 0, < q$  的整数，且加法、乘法在对  $q$  取模下进行。

如果你不知道矩阵是什么，在本题中，一个  $n \times n$  矩阵  $A$  包含  $n \times n$  个数，排成  $n$  行  $n$  列，第  $i$  行  $j$  列的数记作  $a_{i,j}$ 。矩阵  $C$  是矩阵  $A, B$  的积，记作  $C = AB$ ，当且仅当对于所有  $1 \leq i, j \leq n$ ，有  $c_{i,j} \equiv \sum_{k=1}^n a_{i,k} b_{k,j} \pmod{q}$ 。

### 【输入格式】

一行，包含三个正整数  $n, q, t$ ，含义如题中所述。

### 【输出格式】

一行，包含一个数，表示答案。

### 【样例 1 输入】

```
1 2 2 2
```

### 【样例 1 输出】

```
1 6496
```

### 【样例 2 输入】

```
1 10 3 2
```

**【样例 2 输出】**

1 475440451

**【样例 3 输入】**

1 1000 686902939 3

**【样例 3 输出】**

1 104612575

**【数据范围及约束】**

对于所有数据，保证  $2 \leq n \leq 10^7$ ,  $2 \leq q < 998244353$ ,  $2 \leq t \leq 20$ ,  $q$  是素数。

测试点编号	$n \leq$	$q =$	测试点分值
1	2	3	1
2	3		4
3	10	11	5
4	50	29	10
5	500	69965111	
6	5000	193785139	
7	$10^6$	219610337	
8		403753093	
9	$10^7$	693696533	20
10		896210089	